

5. Aufgabenblatt zum Softwarepraktikum „Muster- und Bilderkennung“ im Grundstudium

Aufgabenstellung

Ein bekanntes Optimierungsproblem ist das „Problem des Handlungsreisenden“ (engl. Traveling Salesman Problem). Ein Handlungsreisender muss n Städte genau einmal besuchen, wobei es Kosten für die Reise von einer Stadt zur nächsten gibt. Die Reise beginnt und endet in derselben Stadt. Die Gesamtkosten der Reise sollen minimal sein.

Die Formalisierung des Problems lautet folgendermaßen: Gegeben ist eine Menge von Städten $\{s_1, \dots, s_n\}$ mit Distanzen zwischen den Städten $d(s_i, s_j) > 0$. Falls es keine Verbindung zwischen zwei Städten s_i, s_j gibt, dann setzen wir $d(s_i, s_j) = \infty$. Gesucht ist eine Permutation π , so dass $\sum_{i=1}^{n-1} d(s_{\pi(i)}, s_{\pi(i+1)}) + d(s_{\pi(n)}, s_{\pi(1)})$ minimal ist.

Aufgabe 1:

Implementieren Sie eine naive Lösung des Traveling Salesman Problems, indem Sie alle möglichen Rundreisen durchprobieren und die optimale Tour bestimmen (Komplexität $n!$).

Aufgabe 2:

Implementieren Sie eine Lösung des Traveling Salesman Problems mit dynamischer Programmierung. Verwenden Sie dabei den Algorithmus von Held und Karp (Komplexität $2^n \cdot n^2$), der in der Vorbesprechung vorgestellt worden ist. Dabei wird folgende Größe rekursiv ausgewertet:

$$D(S, k) = \text{Minimale Kosten für einen Weg von Stadt } s_1 \text{ zu Stadt } s_k, \\ \text{der alle Städte aus der Menge } S \text{ besucht}$$

Der Algorithmus funktioniert wie folgt:

Schritt 1: Setze $D(\{k\}, k) = d_{1k}$ für $k = 2, \dots, n$

Schritt 2: Für $l = 2, \dots, n-1$ bilde alle l -elementigen Teilmengen $S \subseteq \{s_2, \dots, s_n\}$ und berechne dann jeweils für alle $k \in S$:

$$D(S, k) = \min_{m \in S \setminus \{k\}} [D(S \setminus \{k\}, m) + d(m, k)]$$

Schritt 3: Die Kosten der optimalen Rundreise ergeben sich als:

$$D^* = \min_{k \in \{s_2, \dots, s_n\}} [D(\{s_2, \dots, s_n\}, k) + d(k, s_1)]$$

Erweitern Sie den Algorithmus um eine geeignete Backpointer-Verwaltung, die es ermöglicht, die beste Tour zurückzuverfolgen und auszugeben.

Abnahmetermin ist Donnerstag, der 22. Juni 2006. (Bitte schicken Sie Ihren Quelltext bis zum **21. Juni abends** per E-Mail an `{hahn,heigold}@i6.informatik.rwth-aachen.de!`)